

Lista 3 - Cálculo 2

1. Calcule as derivadas parciais em relação a x e em relação a y das seguintes funções de duas variáveis:

(a) $f(x, y) = x^2 + y^2$

(b) $f(x, y) = x^2y + y^3$

(c) $f(x, y) = e^x \operatorname{sen} y$

(d) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$

(e) $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$

(f) $f(x, y) = \frac{x}{y}$

(g) $f(x, y) = x^2e^y$

(h) $f(x, y) = \cos(xy)$

(i) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

(j) $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$

(k) $f(x, y) = \tan(x + y)$

(l) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$

(m) $f(x, y) = \operatorname{sen}(x^2) + \cos(y^2)$

(n) $f(x, y) = x^y$

(o) $f(x, y) = \ln(x) \ln(y)$

(p) $f(x, y) = x^2y^2$

(q) $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$

(r) $f(x, y) = \operatorname{sen}(x) \cos(y)$

(s) $f(x, y) = ye^{xy}$

2. Calcule as derivadas parciais em relação a x e em relação a y das seguintes funções de duas variáveis (use a regra da cadeia para funções de uma variável):

(a) $f(x, y) = e^{x^2} + yx$.

(b) $f(x, y) = \cos(x + 2y)$.

(c) $f(x, y) = e^{x^2 y^2} + \ln(xy)$.

3. A lei geral dos Gases é dada por $PV = nRT$. Mostre que

$$\frac{\partial P}{\partial V} \times \frac{\partial V}{\partial T} \times \frac{\partial T}{\partial P} = -1$$

O que é uma EDP?

Uma **equação diferencial parcial (EDP)** é uma equação matemática que envolve derivadas parciais de uma função desconhecida de duas ou mais variáveis. As EDPs aparecem em diversos contextos da Física, Química, Biologia e Engenharia, modelando fenômenos como difusão de calor, propagação de ondas e dinâmica de fluidos.

De forma geral, uma EDP relaciona derivadas parciais de uma função $u(x, y, \dots)$ com as próprias variáveis independentes. Exemplos clássicos são a equação do calor, a equação da onda e a equação de Laplace.

Exemplo Resolvido

Verifique se a função

$$u(x, y) = x - y$$

é solução da EDP

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$

Solução:

1. Calculamos a derivada parcial em relação a x :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 1$$

2. Calculamos a derivada parcial em relação a y :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -1$$

3. Substituímos na EDP:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 1 + (-1) = 0$$

Portanto, $u(x, y) = x - y$ satisfaz a EDP de primeira ordem.

Exercício 1

Verifique que a função

$$u(x, y) = x e^y$$

é solução da EDP

$$\frac{\partial u}{\partial x} - u = 0.$$

—

Exercício 2

Verifique que a função

$$u(x, y) = y - \ln x$$

é solução da EDP

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$$