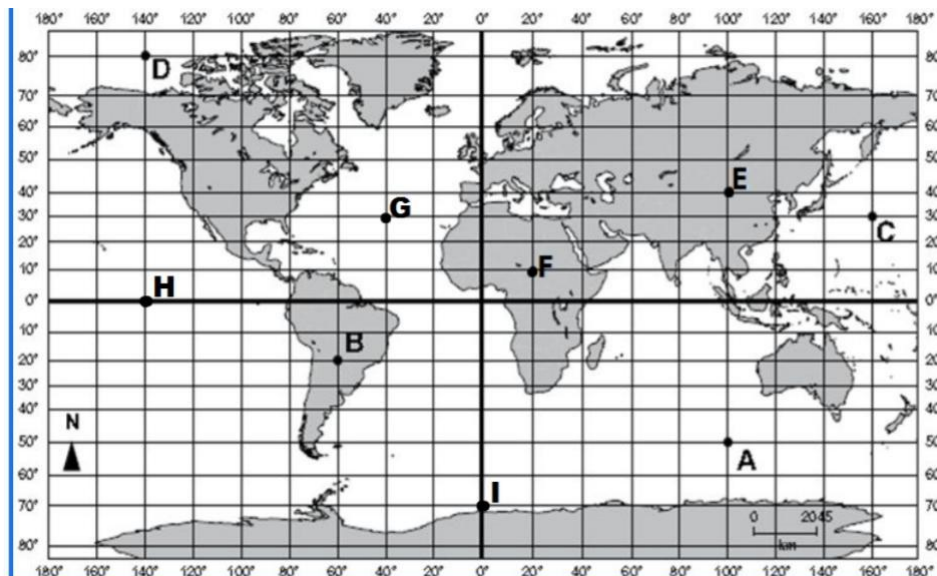


Cálculo Diferencial e Integral II
Lista 5

1. Determine o gradiente das seguintes funções nos pontos dados e faça um esboço do vetor em $\mathbb{R}^2$:
 - (a) $f(x, y) = x + y$ no ponto $(0, 0)$.
 - (b) $f(x, y) = 2x^4 - 3y^3 + 2$ no ponto $(1, 1)$.
 - (c) $f(x, y) = 3x^2$ no ponto $(0, 1)$.
 - (d) $f(x, y) = xy^2$ nos pontos $(1, 1)$ e $(2, 0)$.
 - (e) $f(x, y) = 2x^2 + 4xy + 2y^7$ nos pontos $(0, 0)$ e $(1, 1)$.
 - (f) $f(x, y) = 2xy + y^2 + 2$ nos pontos $(-1, 0)$ e $(0, 0)$.
 - (g) $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$ no ponto $(0, 0)$.
2. Suponha que em uma dada chapa metálica, a pressão suportada em cada ponto da chapa é dada pela função $f(x, y) = x^2 + y^2$.
 - (a) Determine os pontos da chapa que suportam 4 Pa de pressão.
 - (b) Determine os pontos da chapa que suportam 9 Pa de pressão.
 - (c) Calcule o gradiente da função no ponto $(2, 2)$ e desenhe no gráfico.
3. Considere a função temperatura $T(x, y)$ em função das coordenadas de latitude e longitude. Desenhe o vetor gradiente em cada um dos pontos dados:



4. Obtenha 4 exemplos de problemas de maximização /minimização em sua área de atuação. Ou seja, problemas em que é necessário obter certos parâmetros para maximizar ou minimizar algum resultado.

5. Encontre (se existem) os pontos críticos das seguintes funções:

(a) $f(x, y) = x^3 + y^2$.

(b) $f(x, y) = 2x - 3y$.

(c) $f(x, y) = x^3$.

(d) $f(x, y) = x - y^2$.

(e) $f(x, y) = \cos(x)$.

(f) $f(x, y) = 5$.

6. Suponha que $(1, 1)$ é ponto crítico de uma função $f(x, y)$. Em cada caso, o que se pode dizer sobre f no ponto $(1, 1)$ se:

(a) $f_{xx}(1, 1) = 4$, $f_{yy}(1, 1) = 1$ e $f_{xy}(1, 1) = 0$.

(b) $f_{xx}(1, 1) = -3$, $f_{yy}(1, 1) = -2$ e $f_{xy}(1, 1) = 1$.

(c) $f_{xx}(1, 1) = 1$, $f_{yy}(1, 1) = 4$ e $f_{xy}(1, 1) = 2$.

7. Estude a função $f(x, y)$ em relação a máximos e mínimos nos seguintes casos:

(a) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9$

(b) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1$

(c) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x + 2y + 5$

(d) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 8x - 2y + 20$

(e) $f(x, y) = 200 + x^2 + y^2$.

(f) $f(x, y) = x^2 - x + y^2 - y$.

(g) $f(x, y) = -x^3 - y^3 + 6x + 6y - 10$

(h) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 3y + 4$

8. Determinada empresa produz dois produtos cujas quantidades são indicadas por x e y . Tais produtos são oferecidos ao mercado consumidor a preços unitários p_1 e p_2 , respectivamente, que dependem de x e y conforme equações $p_1 = 120 - 2x$ e $p_2 = 200 - y$. O custo total da empresa para produzir e vender quantidades x e y dos produtos é dado por $C = x^2 + 2y^2 + 2xy$. Admitindo que toda produção da empresa seja absorvida pelo mercado, determine a produção que maximiza o lucro.

9. Para produzir determinado produto cuja quantidade é representada por z , uma empresa utiliza dois fatores de produção (insumos) cujas quantidades serão indicadas por x e y . Os preços unitários dos fatores de produção são, respectivamente, 2 e 1. o produto será oferecido ao mercado consumidor a um preço unitário igual a 5. A função de produção da empresa é dada por $z = 900 - x^2 - y^2 + 32x + 41y$. Determine a produção que maximiza o lucro.

10. Para produzir determinado produto cuja quantidade é representada por z , uma empresa utiliza dois fatores de produção (insumos) cujas quantidades serão indicadas por x e y . Os preços unitários dos fatores de produção são, respectivamente, 3 e 2. O produto será oferecido ao mercado consumidor a um preço unitário igual a 6. A função de produção da empresa é dada por

$$z = 800 - x^2 - y^2 + 18x + 27y - xy.$$

Determine a produção que maximiza o lucro.

11. Uma fábrica de móveis utiliza dois tipos de madeira, x e y , para fabricar mesas. O custo unitário de x é 4 e de y é 1. O preço de venda de cada mesa é 8. A função de produção é

$$z = 1000 - 2x^2 - y^2 + 20x + 16y - 2xy.$$

Determine os valores de x e y que maximizam o lucro.

12. Uma indústria química utiliza dois reagentes, x e y , para produzir um composto. Os custos unitários são 2 e 3, respectivamente, e o produto é vendido a 7 por unidade. A função de produção é

$$z = 900 - x^2 - 2y^2 + 24x + 18y - xy.$$

Qual a combinação ótima de x e y para maximizar o lucro?

13. Uma empresa agrícola utiliza fertilizantes x e y para maximizar a produção de uma cultura. O custo unitário de x é 5 e de y é 2. O preço de venda do produto é 10 por unidade. A função de produção é

$$z = 1200 - 2x^2 - y^2 + 30x + 22y - 2xy.$$

Determine os valores de x e y que maximizam o lucro.