

Introdução à Análise Real – 2026

Lista 4

1. Escreva a definição de derivada de uma função em um dado ponto de seu domínio.
2. Prove as propriedades operatórias para derivadas.
3. Usando a definição de derivada, calcule $f'(x)$ para $f(x) = 2x + 1$.
4. Prove que se f é diferenciável em $x = a$, então f é contínua em $x = a$.
5. Encontre uma função que é contínua em um dado ponto, mas não é diferenciável nesse ponto. Existe contradição com a questão anterior? Justifique.
6. Seja f uma função derivável em \mathbb{R} tal que $f(x + y) = f(x) + f(y)$ para todos $x, y \in \mathbb{R}$. Mostre que $f'(x) = f'(0)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
7. Calcule a derivada de $f(x) = x^x$ para $x > 0$.
8. Enuncie o Teorema de Rolle.
9. A BNCC para o Ensino Médio inclui o estudo de taxas de variação em contextos práticos (como velocidade, crescimento populacional, etc.).
 - (a) Explique como você introduziria o conceito de derivada usando a ideia de taxa de variação instantânea, adequando a linguagem para estudantes do Ensino Médio.
 - (b) Calcule a taxa de variação média de $f(x) = x^2$ no intervalo $[2, 2 + h]$ e mostre como o limite quando $h \rightarrow 0$ se conecta com $f'(2)$.
 - (c) Proponha um exemplo contextualizado (usando situações cotidianas) que ilustre esse conceito para alunos do Ensino Médio.